3. Polynomfunktionen

Eine Funktion mit der Gleichung $\mathbf{f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \ldots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x^1 + a_0}$ nennt man **Polynomfunktionen vom Grad n**. (n ist also die höchste vorkommende Potenz.)

Nullstellen

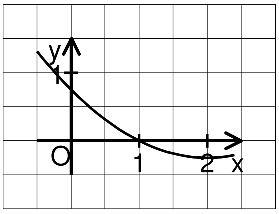
Wenn x_0 eine Nullstelle von f(x), also $f(x_0) = 0$ ist, dann gilt:

- $f(x) = (x - x_0) \cdot R(x) \quad \Leftrightarrow \quad R(x) = f(x) : (x - x_0)$; R(x) nennt man Restpolynom.

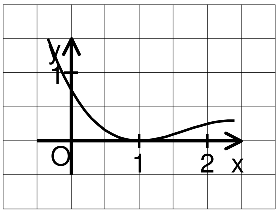
Falls gilt :

- $f(x) = (x - x_0)^n \cdot R(x)$ mit $R(x_0) \neq 0$, d.h. x_0 ist keine Nullstelle des Restpolynoms, dann nennt man x_0 eine n-fache Nullstelle.
- Für geradzahliges n („ gerade“ Nullstelle) : Nullstelle hat keinen VZW.
- Für ungeradzahliges n („ ungerade“ Nullstelle) : Nullstelle hat einen VZW.

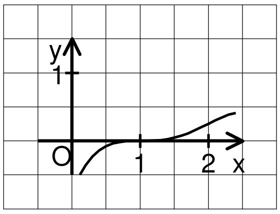
Graphen in der Umgebung von Nullstellen



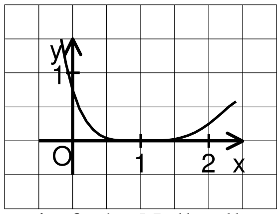
einfache Nullstelle



zweifache Nullstelle



dreifache Nullstelle



vierfache Nullstelle

Aufgabe 1

Geben Sie den Grad der Funktion und den ersten Summanden der ausmultiplizierten Form an. Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen:

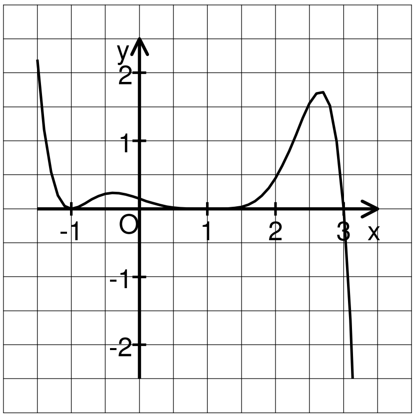
a) $f(x) = (x-3)^3(x-4)(x+1)^2$ b) $f(x) = -\frac{1}{8}(x+5)^4(x-4)^2(x+1)^4$ c) $f(x) = \frac{1}{10}x^4(x-2)^2(x^2-1)$

d) $f(x) = -(x^3-8)(x-4)^2(x^2+1)^2$ e) $f(x) = \frac{1}{3}(x^3+8)^4(x-1)^2(x^7+1)$ f) $f(x) = \frac{1}{10}x^4(x^2+4)^2(x^9+1)^9$

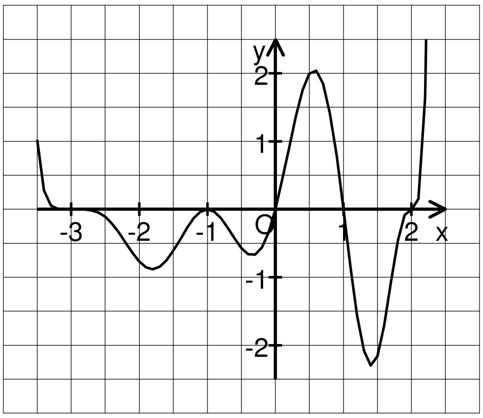
Aufgabe 2

Ermitteln Sie eine mögliche Linearfaktor-Zerlegung für folgende Graphen:

a)



b)



Vielfachheiten von Schnittpunkten zweier Graphen

Vielfache Schnittpunkte verhalten sich wie Nullstellen:

- einfache SP: Die Graphen schneiden sich echt mit VZW
- doppelter SP: Die Graphen berühren sich ohne VZW.
- dreifacher SP: Die Graphen schneiden sich mit VZW und schmiegen sich an.